Prof. Dr. Alfred Toth

Zur Topologie der Einbettungszahlen

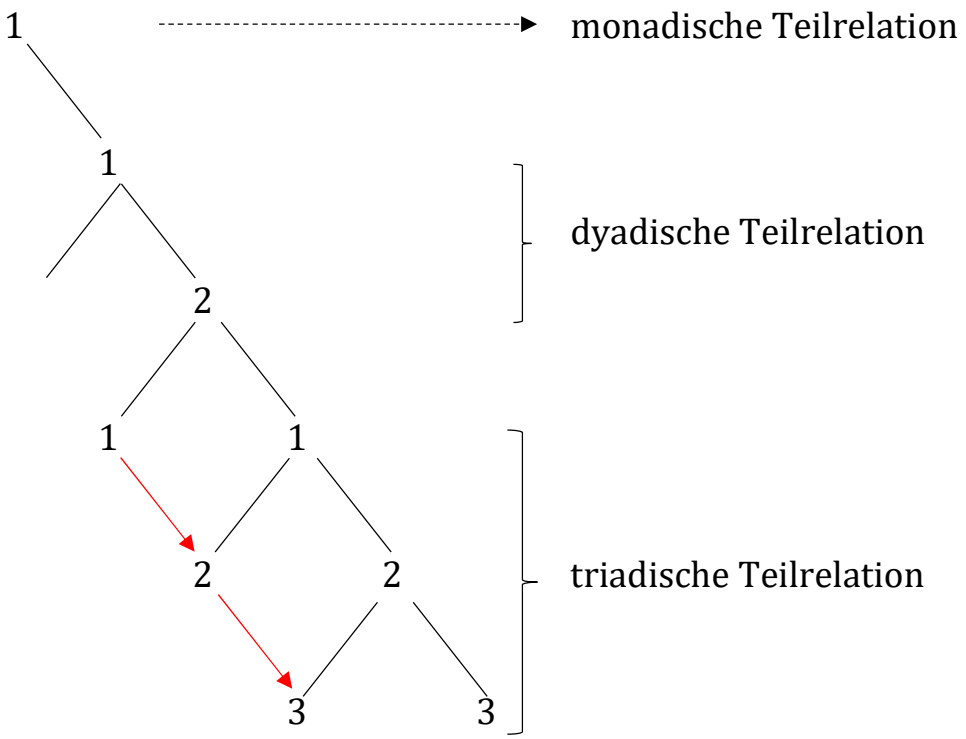
1. Das peircesche Zeichen ist bekanntlich eine triadische Zeichenrelation der Form (vgl. Bense/Walther 1973, S. 120 ff.)

$Z = (1, 2, 3)$.

Zu den stillschweigenden Annahmen, die mit dieser Definition verbunden sind, gehört sich auch die, daß sich die drei Relata 1, 2 und 3 auf der gleichen Einbettungsstufe befinden. (Diese Annahme gilt im übrigen für sämtliche bekannten Zeichenmodelle vom Altertum bis in die Neuzeit.) Daß dies nicht der Fall ist, entdeckte Bense (1979, S. 53), der die Zeichenrelation als «gestufte Relation über Relationen» definierte

$Z = (1, 2, 3) = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$.

Graphisch läßt sich Z durch



veranschaulichen, so daß wir also 6 Ableitungsstufen entsprechend der OEIS-Folge A002260 vor uns haben. Bezeichnen die wir Ebenen der Einbettungen E_n mit $n \leqq 0$, dann können wir die 9 Subzeichen von Benses kleiner semiotischer Matrix (vgl. Bense 1975, S. 37) wie folgt auf Relationalzahlen der Form $R = ((x.y) \subset Z, E_n)$ mit $x, y \in (1, 2, 3)$ abbilden.

Peanozahl		Relationalzahl
(1.1)	→	$(1^0, 1^0)$, $(1^0, 1^{-1})$, $(1^0, 1^{-3})$
		$(1^{-1}, 1^0)$, $(1^{-1}, 1^{-1})$, $(1^{-1}, 1^{-3})$
		$(1^{-3}, 1^0)$, $(1^{-3}, 1^{-1})$, $(1^{-3}, 1^{-3})$
(1.2)	→	$(1^0, 2^{-2})$, $(1^0, 2^{-4})$
		$(1^{-1}, 2^{-2})$, $(1^{-1}, 2^{-4})$
		$(1^{-3}, 2^{-2})$, $(1^{-3}, 2^{-4})$
(1.3)	→	$(1^0, 3^{-5})$
		$(1^{-1}, 3^{-5})$
		$(1^{-3}, 3^{-5})$
(2.1)	→	$(2^{-2}, 1^0)$, $(2^{-2}, 1^{-1})$, $(2^{-2}, 1^{-3})$
		$(2^{-4}, 1^0)$, $(2^{-4}, 1^{-1})$, $(2^{-4}, 1^{-3})$
(2.2)	→	$(2^{-2}, 2^{-2})$, $(2^{-2}, 2^{-4})$
		$(2^{-4}, 2^{-2})$, $(2^{-4}, 2^{-4})$
(2.3)	→	$(2^{-2}, 3^{-5})$
		$(2^{-4}, 3^{-5})$
(3.1)	→	$(3^{-5}, 1^0)$, $(3^{-5}, 1^{-1})$, $(3^{-5}, 1^{-3})$
(3.2)	→	$(3^{-5}, 2^{-2})$, $(3^{-5}, 2^{-4})$
(3.3)	→	$(3^{-5}, 3^{-5})$

Diese Abbildungen sind also rechtsmehrdeutig. Wie man aus der folgenden, weiteren Tabelle ersieht, ist die konverse Abbildung der Einbettungszahlen auf die Peircezahlen injektiv (vgl. Toth 2021).

(0, 0)	→	(1.1)	(-1, 0)	→	(1.1)
(0, -1)	→	(1.1)	(-1, -1)	→	(1.1)
(0, -2)	→	(1.2)	(-1, -2)	→	(1.2)
(0, -3)	→	(1.1)	(-1, -3)	→	(1.1)
(0, -4)	→	(1.2)	(-1, -4)	→	(1.2)
(0, -5)	→	(1.3)	(-1, -5)	→	(1.3)

(-2, 0)	→	(2.1)	(-3, 0)	→	(1.1)
(-2, -1)	→	(2.1)	(-3, -1)	→	(1.1)
(-2, -2)	→	(2.2)	(-3, -2)	→	(1.2)
(-2, -3)	→	(2.1)	(-3, -3)	→	(1.1)
(-2, -4)	→	(2.2)	(-3, -4)	→	(1.2)
(-2, -5)	→	(2.3)	(-3, -5)	→	(1.3)

(-4, 0)	→	(2.1)	(-5, 0)	→	(3.1)
(-4, -1)	→	(2.1)	(-5, -1)	→	(3.1)
(-4, -2)	→	(2.2)	(-5, -2)	→	(3.2)
(-4, -3)	→	(2.1)	(-5, -3)	→	(3.1)
(-4, -4)	→	(2.2)	(-5, -4)	→	(3.2)
(-4, -5)	→	(2.3)	(-5, -5)	→	(3.3),

d.h. es läßt sich jedes Subzeichen bijektiv auf ein n-tupel von Einbettungszahlen E_n abbilden bzw., kurz gesagt, man kann auf den R-Wert verzichten, da er innerhalb des n-tupels von E_n invariant ist:

(1.1)	→	(0, 0), (0, -1), (0, -3), (-1, 0), (-1, -1), (-1, -3), (-3, 0), (-3, -1), (-3, .3)
(1.2)	→	(0, -2), (0, -4), (-1, -2), (-1, -4), (-3, -2), (-3, -4)
(1.3)	→	(0, -5), (-1, -5), (-3, -5).
(2.1)	→	(-2, 0), (-2, -1), (-2, -3), (-4, 0), (-4, -1), (-4, -3)
(2.2)	→	(-2, -2), (-2, -4), (-4, -2), (-4, -4)
(2.3)	→	(-2, -5), (-4, -5)
(3.1)	→	(-5, 0), (-5, -1), (-5, -3)
(3.2)	→	(-5, -2), (-5, -4)
(3.3)	→	(-5, -5).

2. An dieser Stelle seien die drei Zählweisen der in Toth (2016) eingeführten ortsfunktionalen Arithmetik wiederholt.

1. Sind x und y linear, so liegt die adjazente Zählweise vor

x_i y_j y_i x_j y_j x_i x_j y_i

$Ø_i$ $Ø_j$ $Ø_i$ $Ø_j$ $Ø_j$ $Ø_i$ $Ø_j$ $Ø_i$

× × ×

$Ø_i$ $Ø_j$ $Ø_i$ $Ø_j$ $Ø_j$ $Ø_i$ $Ø_j$ $Ø_i$

x_i y_j y_i x_j y_j x_i x_j y_i.

2. Sind x und y orthogonal, so liegt die subjazente Zählweise vor

x_i $Ø_j$ $Ø_i$ x_j $Ø_j$ x_i x_j $Ø_i$

y_i $Ø_j$ $Ø_i$ y_j $Ø_j$ y_i y_j $Ø_i$

× × ×

y_i $Ø_j$ $Ø_i$ y_j $Ø_j$ y_i y_j $Ø_i$

x_i $Ø_j$ $Ø_i$ x_j $Ø_j$ x_i x_j $Ø_i$.

3. Sind x und y diagonal, so liegt die transjazente Zählweise vor

x_i $Ø_j$ $Ø_i$ x_j $Ø_j$ x_i x_j $Ø_i$

$Ø_i$ y_j y_i $Ø_j$ y_j $Ø_i$ $Ø_j$ y_i

× × ×

$Ø_i$ y_j y_i $Ø_j$ y_j $Ø_i$ $Ø_j$ y_i

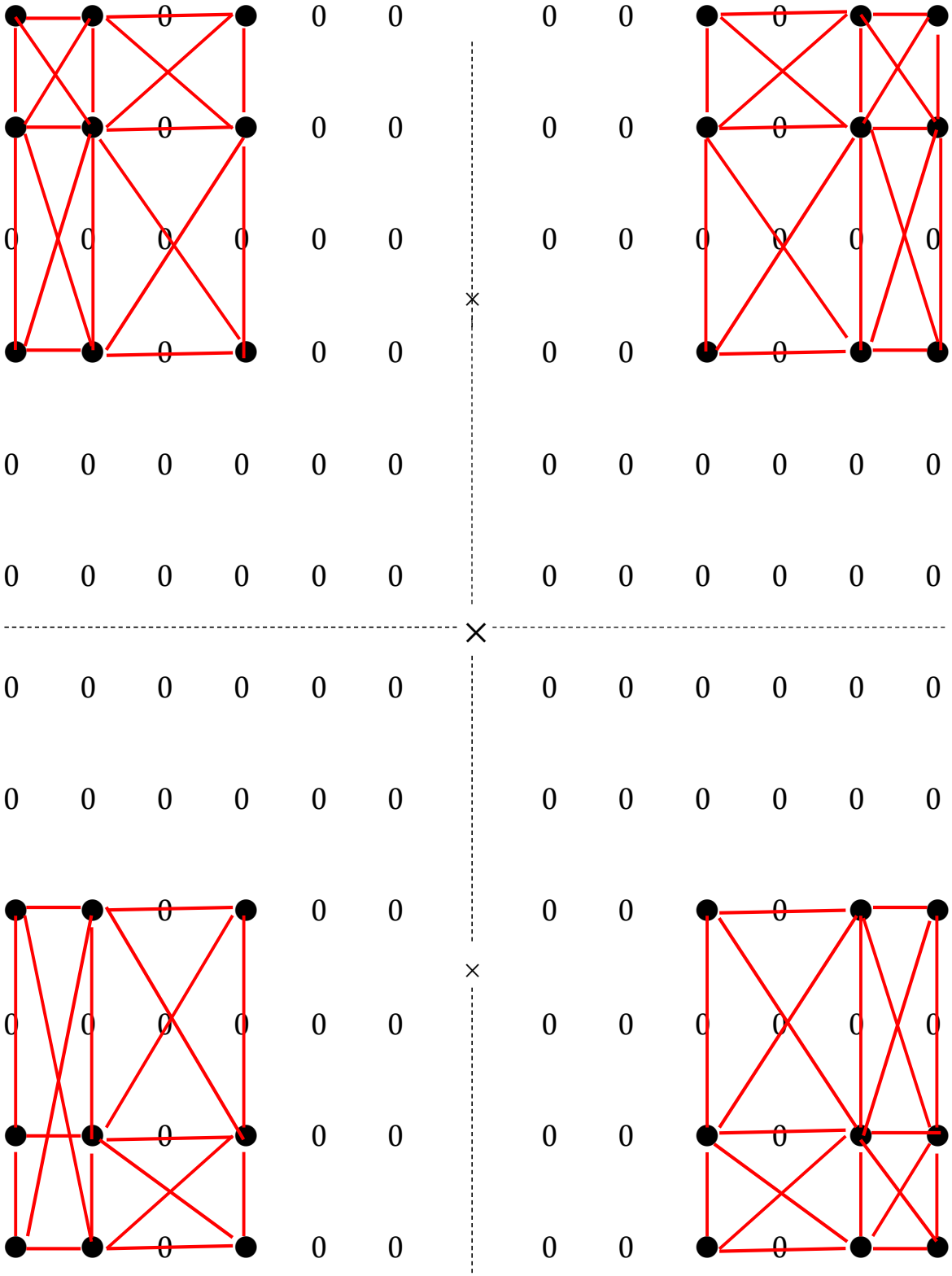
x_i $Ø_j$ $Ø_i$ x_j $Ø_j$ x_i x_j $Ø_i$.

Jede qualitative Peanozahl $P = f(\omega)$ kann daher pro Zählweise an 8 verschiedenen ontischen Orten ω gezählt werden.

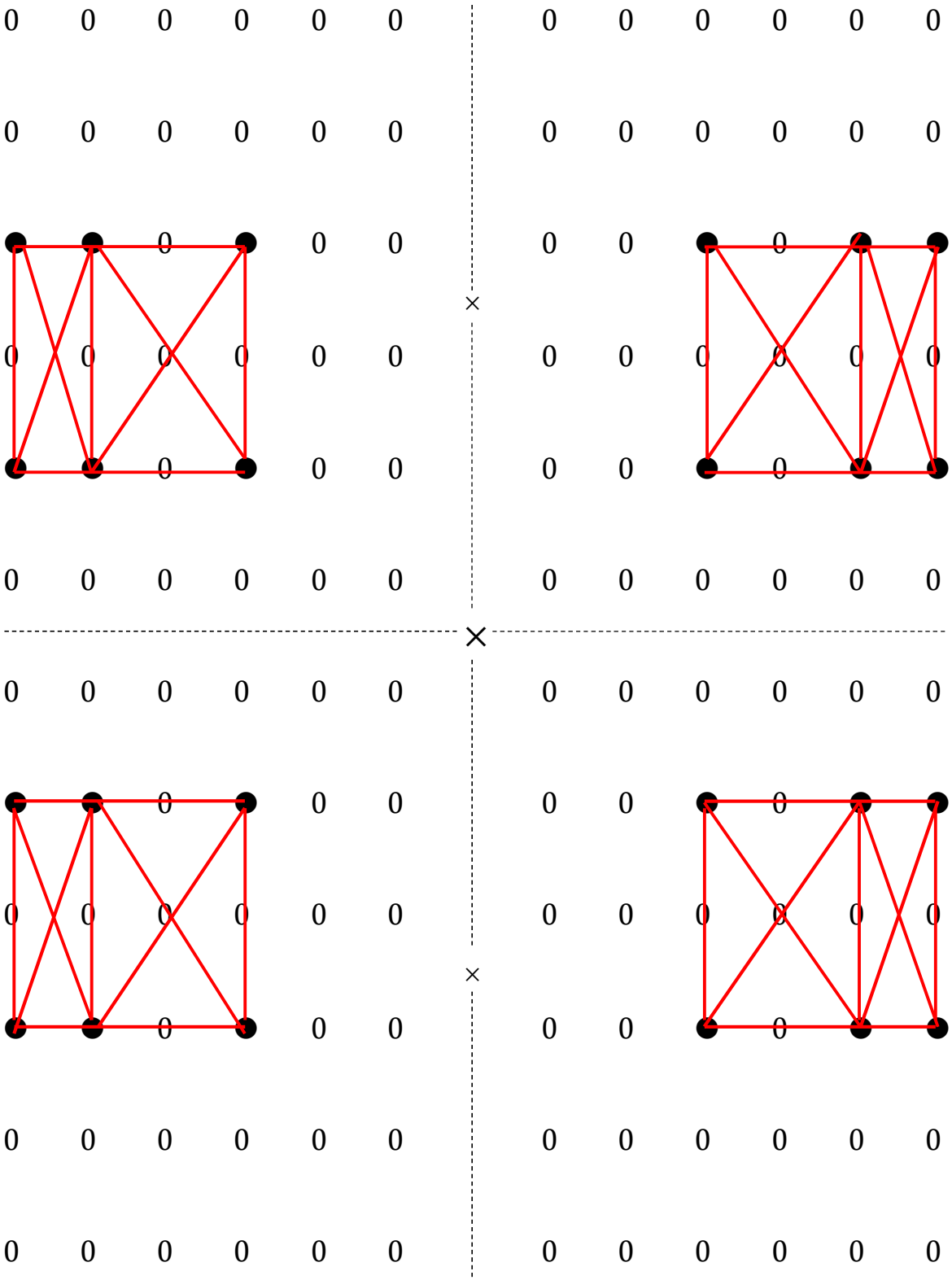
Zur Darstellung einer Relationalzahl benötigen wird nun allerdings 6 Einbettungsebenen, sofern wir uns auf die triadisch-trichotomische Zeichenrelation beschränken. Mit Hilfe von Punktfunktionen sind wir imstande, ortsfunktionale Relationalzahlen ($RZ = f(\omega)$) zu konstruieren. Diese $RZ = f(\omega)$ unterscheiden sind also von den gewöhnlichen $P = f(\omega)$ dadurch, daß die (natürlich den P bereits inhärierenden) Einbettungsstufen sichtbar gemacht werden können.

Wir können nun, indem wir die RZ in die jeweils 4 Zahlenfelder einer ortsfunktionalen Zeichenstruktur einzeichnen, die inneren topologischen Relationen jedes rechtsmehrdeutigen Zeichens sichtbar machen.

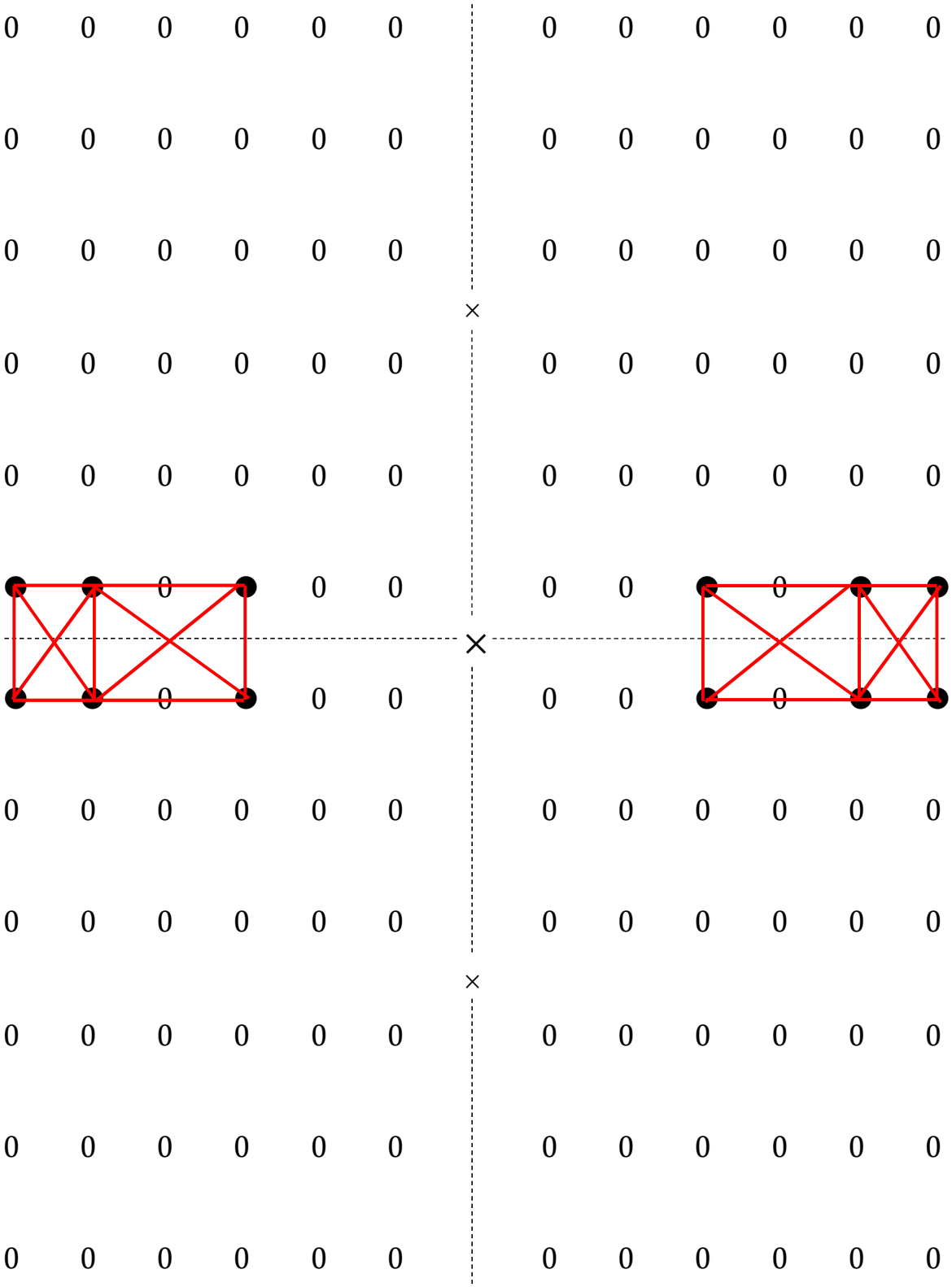
2.1. $F_{qual}(1.1)$



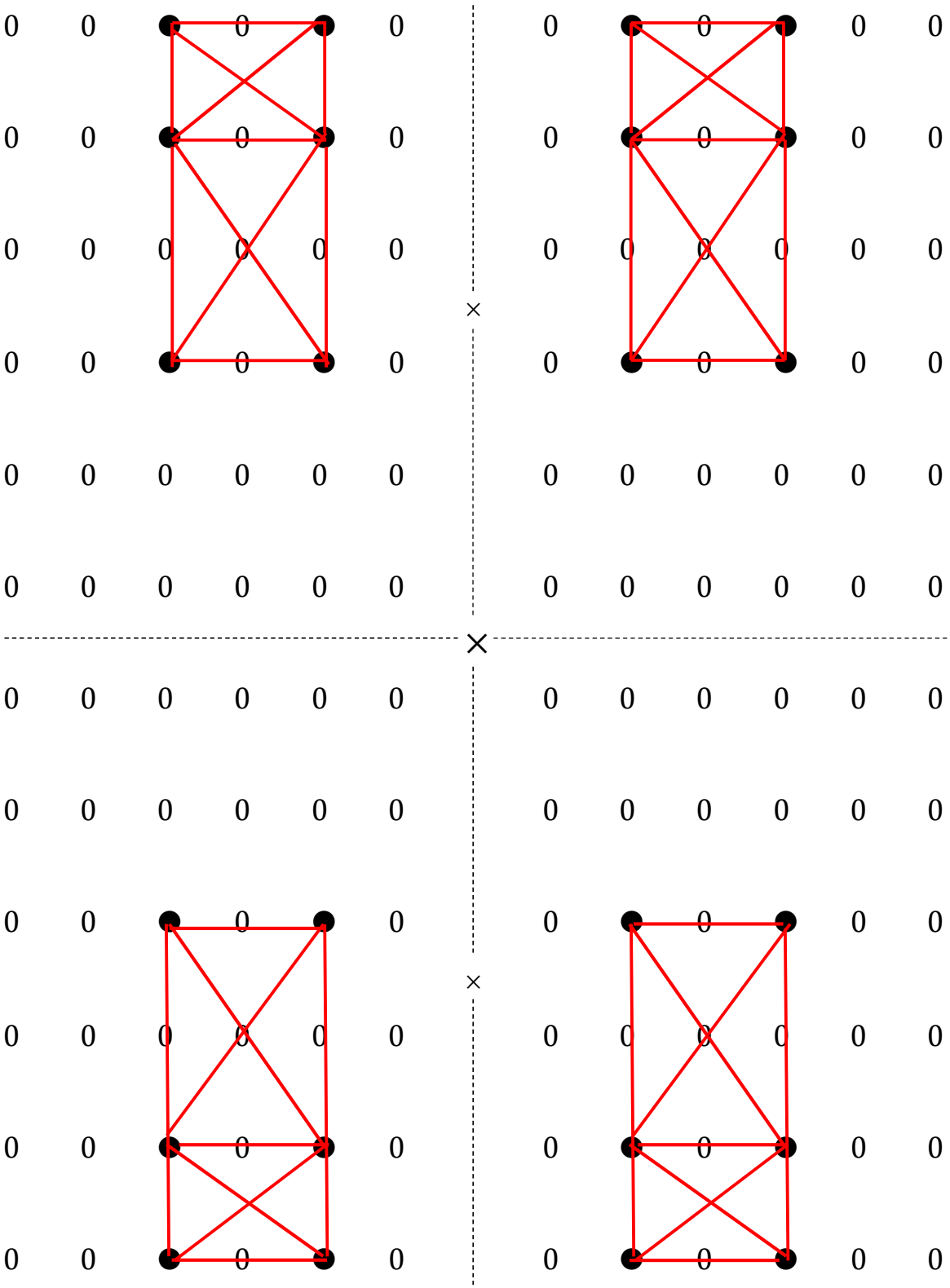
2.2. $F_{qual}(1.2)$



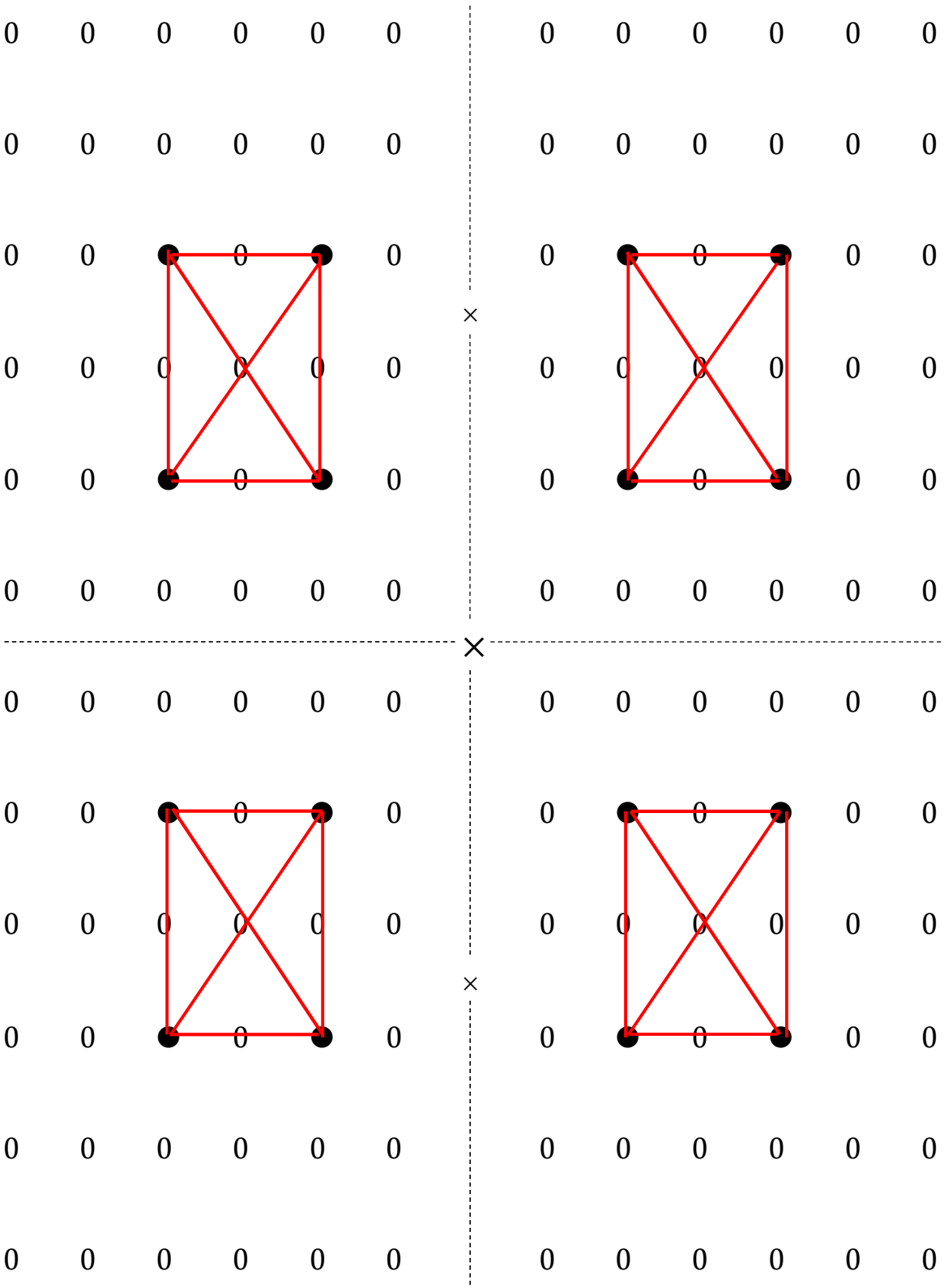
2.3. $F_{qual}(1.3)$



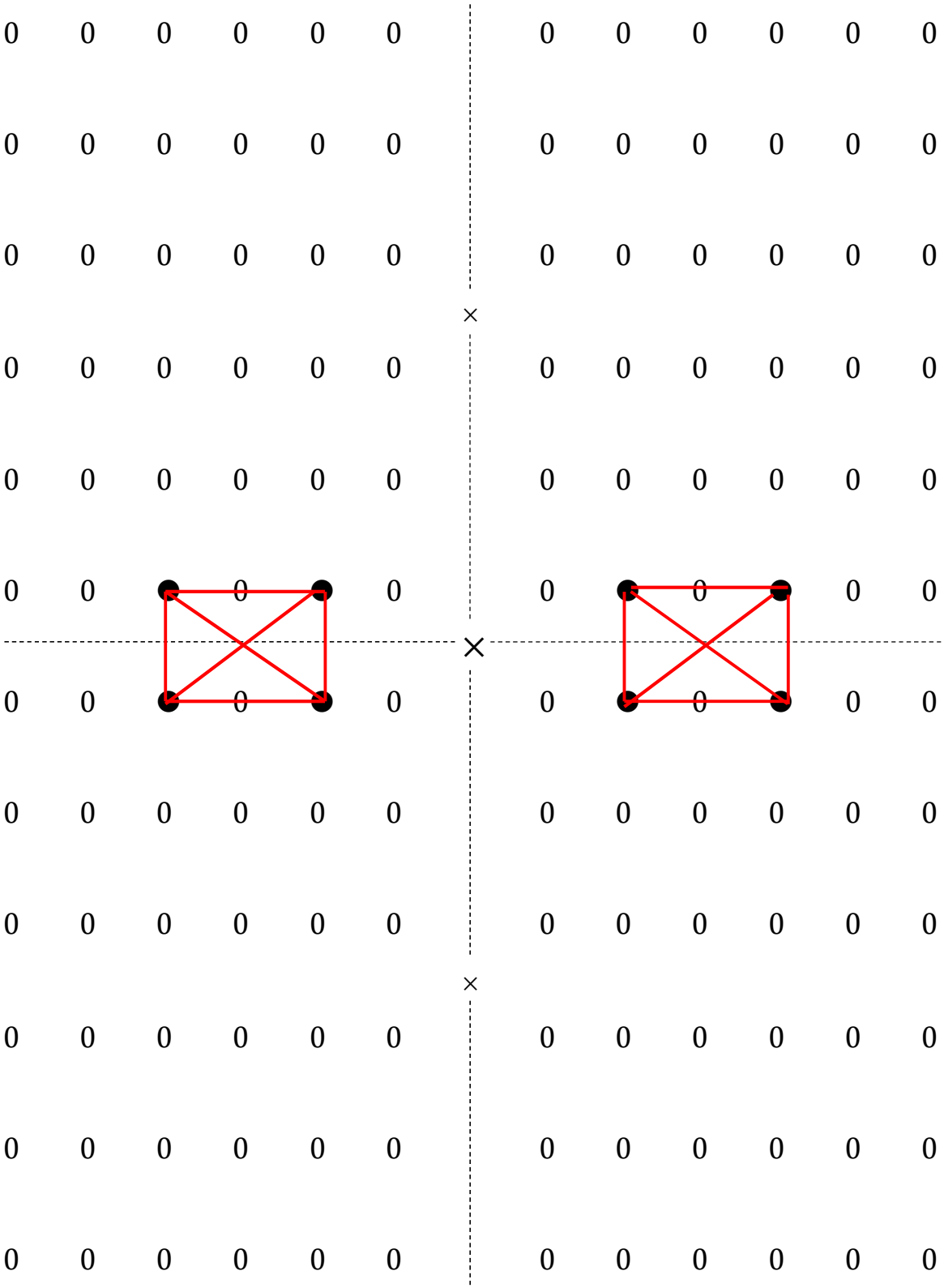
2.4. $F_{qual}(2.1)$



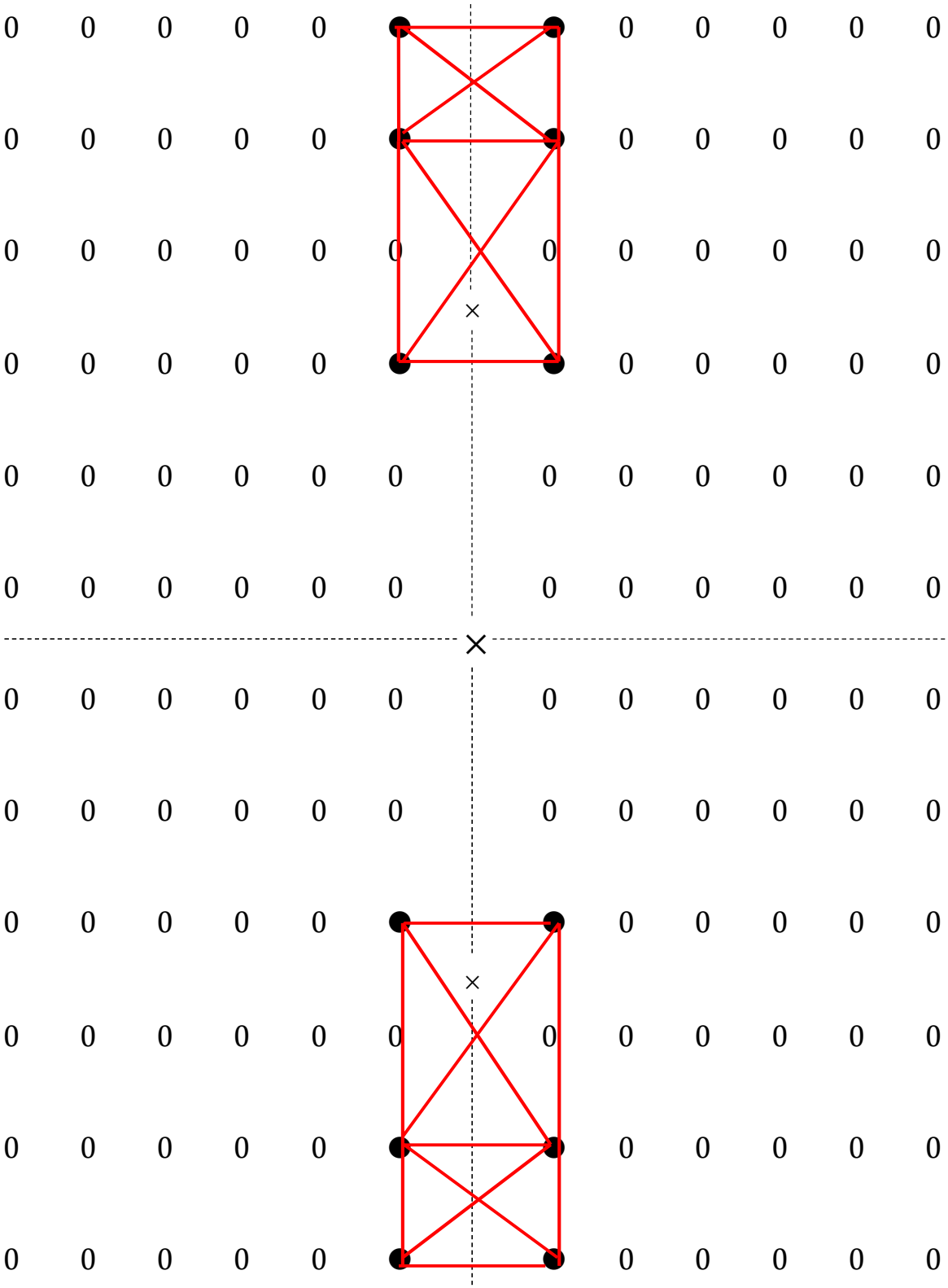
2.5. $F_{qual}(2.2)$



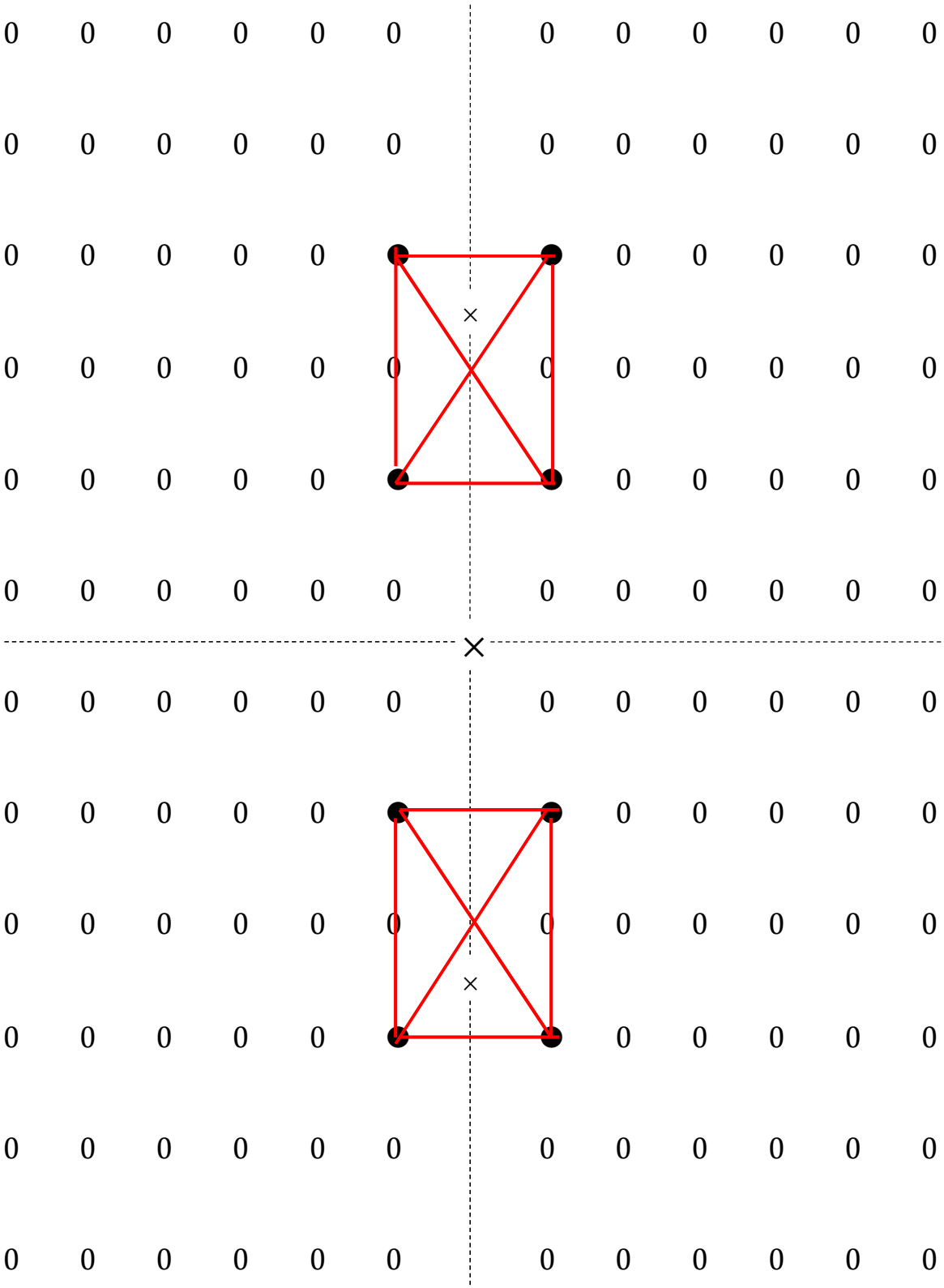
2.6. $F_{qual}(2.3)$


0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

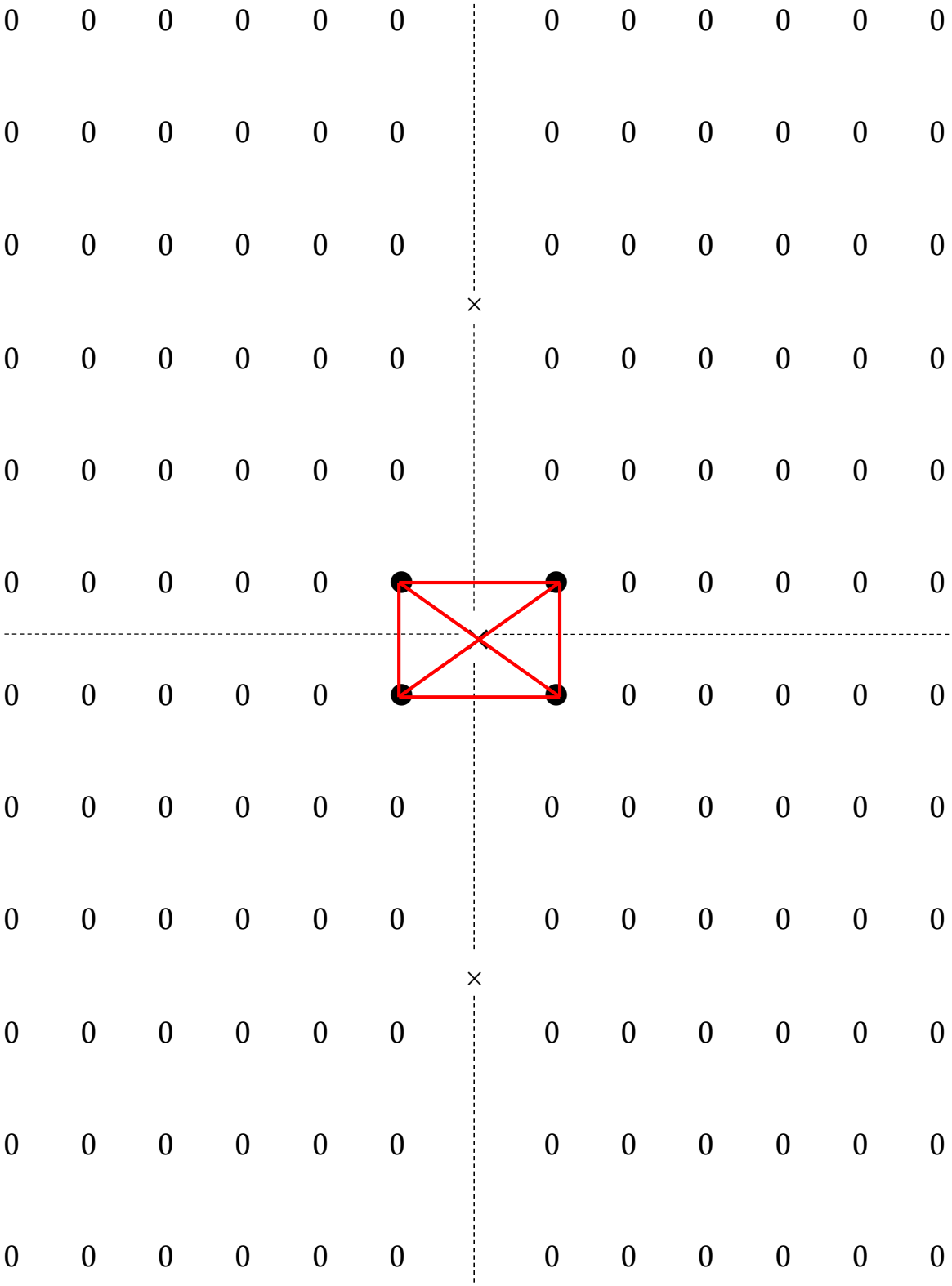
2.7. $F_{qual}(3.1)$


0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

2.8. $F_{qual}(3.2)$


0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

2.9. $F_{qual}(3.3)$



Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Einführung in die qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Relationale Zahlenfelder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2021

2.2.2021